

Adatbank önellenőrzéshez – Megoldások

- (1) A feladat modelljében jelölje x_1 azt, hogy hány hektár árpát, x_2 pedig azt, hogy hány hektár kukoricát ültet a gazdálkodó! Ekkor a matematikai modell:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$10x_1 + 4x_2 \leq 40$$

$$10x_2 \geq 30$$

$$z = 100x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$$

- A gazdálkodó nem ültethet 3 hektár árpát és 2 hektár kukoricát, hiszen 2 hektáron 20 mázsa kukoricát tud termelni, így nem teljesülne a 30 mázsára vonatkozó előírás. Tehát az $x_1 = 3, x_2 = 2$ nem lehetséges megoldása a feladatnak.
- Ha a gazdálkodó 2 hektár árpát és 3 hektár kukoricát ültet, akkor a modell minden feltétele teljesül, tehát az $x_1 = 2, x_2 = 3$ a feladat egy lehetséges megoldását adja.
- A gazdálkodó nem ültethet 3 hektár árpát és 4 hektár kukoricát, ugyanis ehhez nem áll rendelkezésére elegendő munkaóra. Tehát az $x_1 = 3, x_2 = 4$ nem lehetséges megoldása a feladatnak.

A feladat **lehetséges megoldásai** például:

- $x_1 = 1, x_2 = 3$, tehát 1 hektár árpát és 3 hektár kukoricát ültet, ekkor a jövedelme 190 euró;
- $x_1 = 0, x_2 = 3$, tehát csak kukoricából ültet 3 hektárt, ekkor a jövedelme 90 euró;
- $x_1 = 2.5, x_2 = 3.5$, tehát 2.5 hektár árpát és 3.5 hektár kukoricát ültet, ekkor a jövedelme 355 euró.

- (2) Ebben az esetben a döntési változókat értelmezzük olyan módon, hogy x_1 az árpából termelt mennyiséget, x_2 pedig a kukoricából termelt mennyiséget jelölje mázsában! Ekkor 1 mázsa árpa termeléséhez $1/25$ hektár föld és $10/25$ óra munka, 1 mázsa kukorica termeléséhez $1/10$ hektár föld és $4/10$ óra munka szükséges. Tehát a feladat modellje:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\frac{x_1}{25} + \frac{x_2}{10} \leq 7$$

$$\frac{2x_1}{5} + \frac{2x_2}{5} \leq 40$$

$$x_2 \geq 30$$

$$z = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

- (3) A feladat matematikai modelljében jelölje x_1 a készített csokoládés, x_2 pedig a készített gesztenyés sütemények számát! Ebből adódik, hogy mindkét változó csak nemnegatív egész értékű lehet. A modell:

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$$

$$4x_1 + x_2 \leq 30$$

$$12x_1 + 15x_2 \leq 300$$

$$z = x_1 + 0.7x_2 \rightarrow \max$$

- (4) Jelöljék az x_1, x_2, x_3 döntési változók rendre a gyártott asztalok, székek és könyvespolcok számát! Ekkor mindegyik változó csak nemnegatív egész értékű lehet. Tehát a matematikai modell:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}$$

$$0.8x_1 + 0.4x_2 + 0.3x_3 \leq 100$$

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 650$$

$$x_1 + 0.5x_2 + 1.125x_3 \leq 150$$

$$z = 300x_1 + 160x_2 + 250x_3 \rightarrow \max$$

- (5) Jelöljék az x_1, x_2, x_3 döntési változók rendre a gyártott terepjárók, mikrobuszok és teherautók számát! Mindegyik változó csak nemnegatív egész értékű lehet. A feladat modellje:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0, \quad x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}$$

$$1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 6000$$

$$30x_1 + 25x_2 + 40x_3 \leq 60000$$

$$z = 200x_1 + 300x_2 + 400x_3 \rightarrow \max$$

- (6) A feladat modelljében jelöljük rendre az x_1, x_2, x_3 és x_4 döntési változókkal a naponta elfogyasztott csokis sütemények, csokifagylalt gombócok, palack kólák és túró torta szeletek számát! Ekkor a modell:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$400x_1 + 200x_2 + 150x_3 + 500x_4 \geq 500$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 \geq 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 \geq 8$$

$$z = 50x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 80x_4 \rightarrow \min$$

- (7) A modellben jelöljük az x_1 , x_2 , x_3 változókkal rendre a termékekből gyártott mennyiségeket!
Ekkor a modell:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30$$

$$x_1 + x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 35$$

$$z = 2x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

- (8) A modellben jelöljük az x_1 , x_2 , x_3 és x_4 döntési változókkal rendre a termékekből gyártott mennyiségeket! Ekkor a modell:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20$$

$$x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 30$$

$$z = 20x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 10x_4 \rightarrow \max$$

A modell kiegészítése:

$$x_1 \geq x_4 + 3$$

$$x_3 = x_2 + x_4$$

- (9) A modellben jelöljük az x_1 , x_2 , x_3 és x_4 döntési változókkal rendre a termékekből gyártott mennyiségeket! Ekkor a modell:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 \leq 90$$

$$x_2 + x_3 + x_4 \leq 80$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 50$$

$$x_2 - x_4 = 5$$

$$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$$

A feladat második részében az új célfüggvény:

$$z = \frac{2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4}{x_1 + 2x_3 + 300} \rightarrow \max$$

- (10) A modellünkben jelölje x_1 a tölgyből készült asztalok, x_2 pedig a tölgyből készült székek számát, továbbá jelölje y_1 a fenyőből készült asztalok, y_2 pedig a fenyőből készült székek számát! Ekkor az összes változó csak nemnegatív egész értékű lehet. A matematikai modell:

$$\begin{aligned}x_1, x_2, y_1, y_2 &\geq 0, \quad x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z} \\17x_1 + 5x_2 &\leq 150 \\30y_1 + 13y_2 &\leq 210 \\z = 40(x_1 + y_1) + 15(x_2 + y_2) &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (11) A modellben jelölje x_1 az első, x_2 pedig a második bányában töltött napok számát! Ekkor mindkét változó nemnegatív, viszont tört értéket is felvehetnek, hiszen nem csak egész napokat tölthet a bányász az adott bányában. A feladat modellje:

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &\geq 0 \\2x_1 + x_2 &\geq 12 \\2x_1 + 3x_2 &\geq 18 \\z = x_1 + x_2 &\rightarrow \min\end{aligned}$$

- (12) A feladat egy igen-nem döntési helyzetet ír le, a változókat ezért a tanultak alapján úgy választjuk meg, hogy $i = 1, 2, 3, 4$ esetén az x_i változó pontosan akkor 1, ha választjuk az adott sorszámú befektetést, és 0, ha nem választjuk. Ekkor a feladat modellje:

$$\begin{aligned}x_i &\text{ bináris} \\3000x_1 + 5000x_2 + 4000x_3 + 6000x_4 &\leq 11000 \\z = 5000x_1 + 8000x_2 + 6000x_3 + 7000x_4 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (13) A feladat egy igen-nem döntési helyzetet ír le, a változókat ezért a tanultak alapján úgy választjuk meg, hogy $i = 1, 2, 3, 4$ esetén az x_i változó pontosan akkor 1, ha választjuk az adott sorszámú befektetést, és 0, ha nem választjuk. Ekkor a feladat modellje:

$$\begin{aligned}x_i &\text{ bináris} \\3000x_1 + 5000x_2 + 2000x_3 + 4000x_4 &\leq 6000 \\z = 5000x_1 + 8000x_2 + 3000x_3 + 7000x_4 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (14) A modellben jelölje x_1 a kötvényekbe, x_2 a lakáskölcsönökbe, x_3 az árukölcsönökbe és x_4 a személyi kölcsönökbe fektetett pénzt euróban! Ekkor a modell:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500\,000$$

$$x_4 \leq x_1$$

$$x_2 \leq x_3$$

$$x_4 \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{5}$$

$$z = 0.1x_1 + 0.12x_2 + 0.1x_3 + 0.08x_4 \rightarrow \max$$

Az utolsó feltétel olyan formában is írható, hogy

$$-x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 0.$$

- (15) A modellben jelölje x_1 , x_2 és x_3 rendre az adott sorszámú befektetésbe elhelyezett összeget, továbbá jelölje y_1 , y_2 és y_3 rendre az első, második és harmadik év elején lekötött összeget! Ekkor a matematikai modell:

$$x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + y_1 = 10000$$

$$0.1x_1 + 0.2x_2 + 1.06y_1 = x_3 + y_2$$

$$1.2x_2 + 1.06y_2 = y_3$$

$$x_1 \leq 5000$$

$$x_2 \leq 5000$$

$$x_3 \leq 5000$$

$$z = 1.4x_1 + 1.5x_3 + 1.06y_3 \rightarrow \max$$